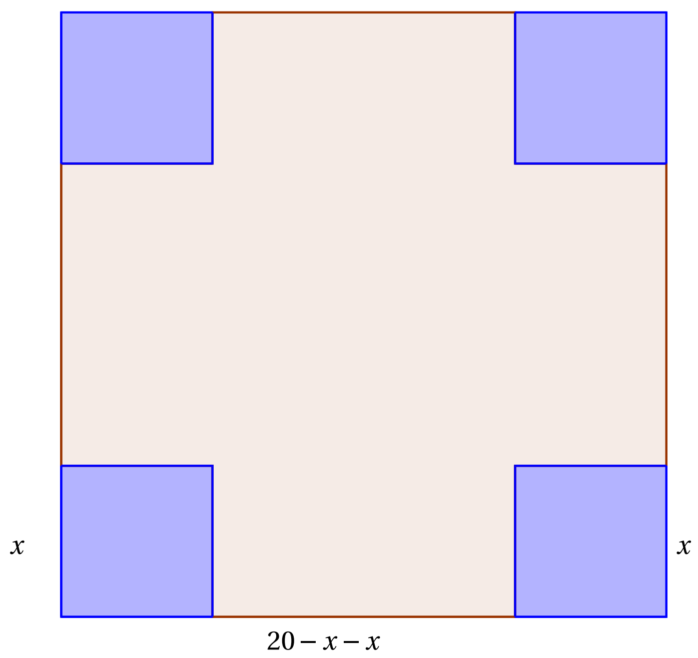
DM DE MATHÉMATIQUES

NOTION DE FONCTION

Pour ranger ses petits fours, une pâtisserie veut fabriquer des corbeilles sans couvercle à partir de carrés de carton de 20 cm de côtés. Pour y arriver, on enlève un carré de côté x cm à chaque coin du carton. Pour quelle valeur de x le volume de la boite est maximal ?

CORRECTION

On a donc les longueurs suivantes :



Pour calculer le volume de la boite, on va utiliser la formule d'un volume d'un pavé droit :

$$\mathcal{V} = L \times l \times h$$

Puisque la longueur de la boîte est de 20 cm, et que de chaque côté on enlève x cm, lorsqu'on la replie, la longueur est de $20 - x - x = 20 - 2x$.
La boîte étant carré, la largeur est la même.
la hauteur correspond à un côté du carré, c'est à dire à x cm.
Ainsi, le volume de la boîte est :

$$\begin{array}{lcl}
\mathcal{V} & = & (20-2x) \times (20-2x) \times x \\
\mathcal{V} & = & (400 - 40x - 40x + 4x^2) \times x \\
\mathcal{V} & = & (4x^2 - 80x + 400) \times x \\
\mathcal{V} & = & 4x^3 - 80x^2 + 400x
\end{array}$$

On sait déjà que la valeur minimale de x est 0, et que sa valeur maximale est 10.
Pour voir la valeur de x pour laquelle le volume est maximal, nous allons tracer la courbe de la fonction $V(x)$. Pour cela dressons un tableau de valeurs :

x	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
$f(x)$	0	324	512	588	576	500	384	252	128	36	0

On obtient alors la courbe suivante :

On constate que sur cette courbe, le maximum est atteint pour $x = 3,25$.

Conclusion : Le volume de la boîte est maximale pour la valeur $x = 3,25$.